

基于改进 NSGA II 的航空发动机 LQ/ H_∞ 控制器设计

王 元, 李秋红, 黄向华, 伍 谦

(南京航空航天大学 能源与动力学院

江苏省航空动力系统重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 对第 2 代非支配排序遗传算法(NSGA II)进行改进,提出以非支配序为进化方向的微分进化(DE)算法代替传统的遗传操作,提高了算法的收敛速度.针对目前航空发动机多变量控制领域广泛关注的线性二次型调节器(LQR)控制与 H_2/H_∞ 控制存在的保守性问题,提出了将时域性能指标、二次型性能指标与 H_∞ 性能指标相结合,通过改进 NSGA II 优化权矩阵 Q, R ,最终获得航空发动机 LQ/ H_∞ 控制器的设计方法.与其他控制器设计方法相比,基于多目标优化的 LQ/ H_∞ 控制器目标明确、鲁棒性强且保守性更低.仿真验证结果表明:相比于基于线性矩阵不等式(LMI)的 H_2/H_∞ 控制器,基于多目标优化的 LQ/ H_∞ 控制器时域性能提高了 4 倍,调节时间减少了 50%,抗干扰能力提高了 15%.

关 键 词: 航空发动机;线性二次型调节器控制; H_2/H_∞ 控制;第 2 代非支配排序遗传算法;
LQ/ H_∞ 控制;鲁棒性;保守性

中图分类号:V231

文献标志码:A

LQ/ H_∞ controller design for aero-engine based on improved NSGA II

WANG Yuan, LI Qiu-hong, HUANG Xiang-hua, WU Qian

(Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System,

College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA II) was improved, and the traditional genetic operation was replaced by differential evolution (DE) algorithm with the non-dominated order as evolution direction. The convergence speed of the algorithm was faster. In order to solve the conservativeness of linear quadratic regulator (LQR) control and H_2/H_∞ control which had caused wide public concern recently in the field of aero-engine multi-variable control, the LQ/ H_∞ controller of aero-engine was designed by combining three performance indexes: time domain index, quadratic index and H_∞ index and improving the weight matrixes Q, R of NSGA II optimization. Compared with other controller design methods, the LQ/ H_∞ controller based on multi-objective optimization has clearer control objective, stronger robustness and less conservativeness. The simulation results show that, compared with the H_2/H_∞ controller based on linear matrix inequation (LMI), the LQ/ H_∞ controller based on multi-objective optimization can increase performance four times in

收稿日期:2013-11-15

基金项目:江苏省优秀学科资助项目;江苏省研究生培养创新工程(KYLX_0302);

中央高校基本科研业务费专项资金;国家自然科学基金青年基金(61104067)

作者简介:王元(1988—),男,江苏泰兴人,博士生,主要从事航空发动机建模与控制研究.

time-domain and anti-interference ability by 15%, and decrease the regulating time by 50%.

Key words: aero-engine; LQR control; H_2/H_∞ control;
non-dominated sorting genetic algorithm II; LQ/ H_∞ control;
robustness; conservative

随着航空推进技术的发展,航空发动机多变量控制成为诸多研究者所关注的一个课题^[1].由于航空发动机在全飞行包线内,工况差别大且气动和热力过程复杂,难以建立精确的数学模型,系统存在不确定性,因此,航空发动机多变量控制系统必须具有很强的鲁棒性.由于增广 LQR 控制回路^[2-4]具有大于 60°的相位裕度和无穷大的幅值裕度,且能够消除稳态误差,具有良好的鲁棒性,成为航空发动机多变量控制的重要选择.但增广 LQR 控制在时域性能方面存在不足且忽视了系统对抗干扰性能的要求,因此在这两方面都具有良好性能的 H_2/H_∞ 控制^[5-11]备受关注.而求解增广 LQR 控制器和 H_2/H_∞ 控制器的方法主要有两种:求解黎卡提(Riccati)方程以及求解 LMI.这两种求解方法都依赖于初始给定的权矩阵 Q , R ,而由于权矩阵 Q , R 的选取缺少理论依据,大多依靠经验,因此不可避免地给控制器设计带来了较大的主观性.

本文结合增广 LQR 控制和 H_2/H_∞ 控制的优点,提出了基于多目标优化^[12-15]的 LQ/ H_∞ 控制器设计方法.优化的指标包括:时域性能指标、二次型性能指标和 H_∞ 性能指标.由于这 3 个性能指标之间存在一定的竞争关系,为了得到保守性最低的控制参数,本文以权矩阵 Q , R 作为决策变量,以 3 个性能指标作为目标函数,基于改进第 2 代非支配排序遗传算法(INSIGA II)优化获得最优权矩阵 Q , R 和最优控制器参数.与文献[9]基于 LMI 的 LQ/ H_∞ 控制方法相比,本文的设计思路更加清晰,避免了通过构造输出方程来使其满足 H_2/H_∞ 标准形式的制约,通过多个目标之间的优化,更能获得最优解.

1 LQ/ H_∞ 控制的目标

对于多输入多输出系统(以下简称系统)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{B}_1\mathbf{w} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{D}_1\mathbf{w} \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x}$ 为系统状态; $\mathbf{y}$ 为输出量; $\mathbf{u}$ 为控制量; $\mathbf{w}$ 为系统扰动; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{D}_1$ 为适维矩阵.

为了实现鲁棒跟踪的设计目标,控制器必须

使得输出量 $\mathbf{y}$ 能跟踪给定的参考指令 $\mathbf{r}$, 根据文献[4],当输入信号可视为阶跃指令时,将跟踪误差增广进系统状态中,可得

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{B}}_1\bar{\mathbf{w}} \\ \mathbf{z}_1 = \bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{C}}_1\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{D}}_1\bar{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{D}}_{11}\bar{\mathbf{w}} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{u}$; $\bar{\mathbf{w}} = \mathbf{w}$; $\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}$; $\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{y}$; $\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$; $\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ -\mathbf{D} \end{bmatrix}$; $\bar{\mathbf{B}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ -\mathbf{D}_1 \end{bmatrix}$; $\bar{\mathbf{C}}_1 = [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}]$; $\bar{\mathbf{D}}_1 = \mathbf{D}$; $\bar{\mathbf{D}}_{11} = \mathbf{D}_1$.

对于系统式(2),设计状态调节器,使得系统稳定,且当时间趋于无穷时,所有状态都保持为 0; $\bar{\mathbf{x}} = [\dot{\mathbf{x}}^T \quad \mathbf{e}^T]^T = \mathbf{0}$,则消除了稳态误差 $\mathbf{e}$. 设状态反馈控制律为 $\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{x}}$,将 $\bar{\mathbf{K}}$ 按 $\dot{\mathbf{x}}$ 和 $\mathbf{e}$ 表示为分块矩阵 $\bar{\mathbf{K}} = [\mathbf{K}_x \quad \mathbf{K}_e]$,则

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{K}_x \quad \mathbf{K}_e] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} = \mathbf{K}_x\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_e\mathbf{e} \quad (3)$$

对式(3)取拉氏变换,得系统式(1)的控制律为 $\mathbf{u} = \mathbf{K}_x\mathbf{x} + \frac{\mathbf{K}_e\mathbf{e}}{s}$,所得的系统如图 1 所示,图中 $\mathbf{r}$ 为指令信号, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵, s 表示积分.

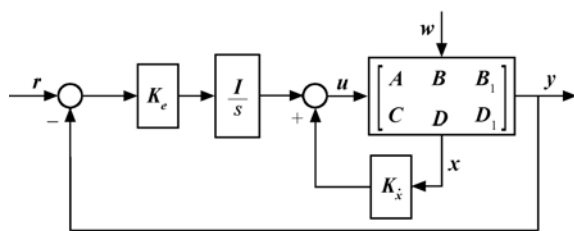


图1 控制系统框图

Fig. 1 Diagram of control system

这种结构的控制系统在稳定的情况下,具有对阶跃信号的鲁棒跟踪和干扰抑制能力.但 $\bar{\mathbf{K}}$ 的取值直接关系到系统的动态性能.为此需要在设计过程中对其加以约束.本文的设计目标是使系统满足:

1) 表征系统动态性能的二次型性能指标 J_1 尽可能小

$$J_1 = \int_0^\infty (\bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{R} \bar{\mathbf{u}}) dt \quad (4)$$

式中 $\mathbf{Q}=\mathbf{Q}^T \geq 0; \mathbf{R}=\mathbf{R}^T > 0$.

2) 表征具有 n 个输出量的系统时域性能指标 J_2 尽可能小

$$J_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \int_0^T \delta_{ryi}(t) dt}{n} \quad (5)$$

其中

$$\delta_{ryi}(t) = \begin{cases} r_i(t) - y_i(t) & y_i(t) \leq r_i(t) \\ \beta[y_i(t) - r_i(t)] & y_i(t) > r_i(t) \end{cases}$$

β 为超调惩罚系数.

3) 输出量 $\mathbf{y}$ 对系统扰动 $\mathbf{w}$ 具有尽可能高的抑制度 γ , 即干扰灵敏度指标 $J_3 = \|\mathbf{T}_{yw}\|_{\infty}$ 尽可能小, $\mathbf{T}_{yw}$ 为干扰灵敏度.

为了实现这样一个控制目标, 传统的增广 LQR 控制或 H_2/H_{∞} 控制均无法满足要求. LQR 控制仅能满足二次型性能指标 J_1 尽可能小, H_2/H_{∞} 控制则无法对 J_1 进行约束. 考虑到性能指标 J_1, J_2, J_3 之间存在一定的竞争关系, 构成了一个多目标优化问题, 因此本文以式(4)中的 $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 矩阵元素为决策变量, J_1, J_2, J_3 为目标函数, 通过 NSGA II 优化来获得状态反馈增益矩阵 $\bar{\mathbf{K}}$, 使得 $\bar{\mathbf{K}} = -\mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{P}'$, 而 $\mathbf{P}'$ 满足如下 Riccati 方程:

$$\bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{P}' + \mathbf{P}' \bar{\mathbf{A}} - \mathbf{P}' \bar{\mathbf{B}} \mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{P}' + \mathbf{Q} = 0 \quad (6)$$

2 NSGA II

由于多变量控制器对应权矩阵元素较多且元素间取值差异较大, NSGA II 优化时速度较慢, 影响了收敛速度和收敛精度, 为了提高多目标优化效率, 本文使用 DE 算法^[16]代替传统的遗传算法, 并将非支配序引入进化操作中, 获得新的个体. INSGA II 流程图如图 2 所示, 主要步骤如下:

1) 产生初始种群 $\mathbf{P}_0$, 种群个体数为 N . 初始化过程中每个个体的 V 个决策变量在各自给定的最大值和最小值之间随机生成, 最大值与最小值根据经验决定. 计算每个个体的 m 个目标函数值 $M_i (i=1, 2, \dots, m)$.

其中 $p_{i,r}$ 为父代种群 $\mathbf{P}_i$ 中随机选取的个体. 若为变异操作, 则 $q_{i,j}$ 中所有决策变量随机生成.

4) 计算新个体的 M 个目标函数值, 新个体与父代种群共同组成集合 $\mathbf{R}_i$, 对 $\mathbf{R}_i$ 进行非支配排序并计算每个个体的拥挤度.

5) 选取较优的 N 个个体组成新一代种群

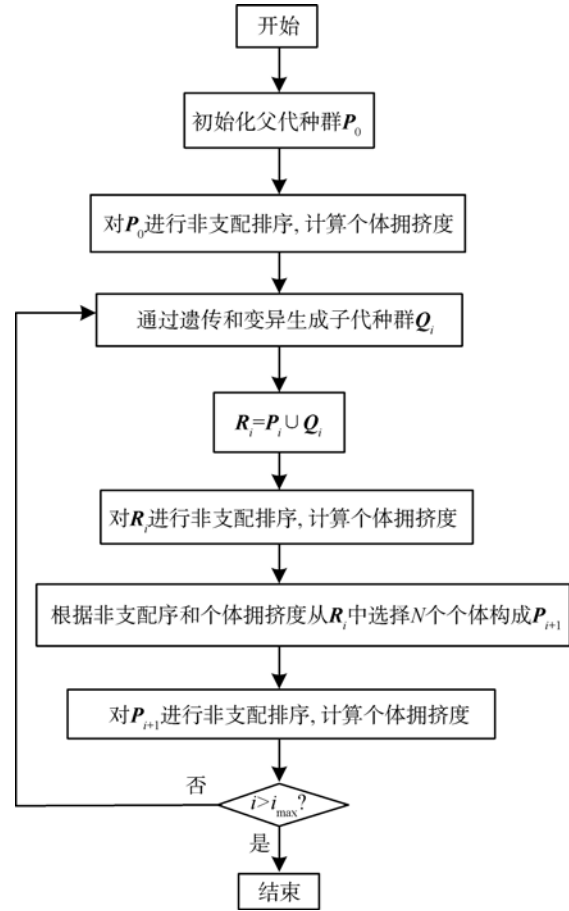


图 2 INSGA II 流程图

Fig. 2 Flow chart of INSGA II

2) 对父代种群 $\mathbf{P}_i$ 进行非支配排序并计算每个个体的拥挤度, 记个体 $p_{i,j}$ 非支配序为 $N(p_{i,j})$, 拥挤度为 $D(p_{i,j})$.

3) 改进遗传操作. 为了加快收敛速度, 本文以收敛速度更快的 DE 算法代替交叉操作, 同时引入个体非支配序确立新个体进化方向, 具体过程如下: 对父代种群 $\mathbf{P}_i$ 中各个体实行遗传或变异操作生成子代个体, 以个体 $p_{i,j}$ 为例, 通过遗传操作生成子代个体 $q_{i,j}$ 中第 k 个元素的具体计算公式如下:

$$q_{i,j}(x) = \begin{cases} p_{i,j}(x) + \text{rand}(1) \cdot [p_{i,j}(x) - p_{i,r}(x)] \cdot [N(p_{i,r}) - N(p_{i,j})] & r \neq j \\ p_{i,j}(x) + [0.5 - \text{rand}(1)] \cdot [p_{i,j}(x) - p_{i,r}(x)] & r = j \end{cases} \quad (7)$$

$\mathbf{P}_{i+1}$.

6) 判断是否满足优化结束条件, 不满足则回到步骤 2).

为验证 INSGA II 的有效性, 本文采用 ZDT 1, ZDT 2, ZDT 3^[17] 三个典型多目标优化算法测试函数进行测试, 设定初始种群个数为 100, 迭代次

数为 300, INSGA II 获得的 Pareto 前沿与已知 Pareto 最优解 P^* 如图 3 所示(具体符号含义参考文献[17]),从图中可以看出, INSGA II 获得的 Pareto 前沿完全收敛于最优解 P^* 上。

评价多目标优化算法的指标主要有 GD 指标和 SP 指标^[18], 其中 GD 指标(量符号为 I_{gd})为 Pareto 解集与已知 Pareto 最优解的距离, 表征算法的收敛性, 计算公式如式(8)所示。其中 D_i 是 Pareto 解集 O 的第 i 个解和已知 Pareto 最优解 P^* 最近个体之间的欧氏距离。 I_{gd} 值越小, 表明解的收敛性越好。

$$I_{gd} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{|O|} D_i^M\right)^{1/M}}{|O|} \quad (8)$$

SP 指标(量符号为 I_{sp})为最终种群沿 Pareto 前沿的多样性, 表征 Pareto 解集分散度, 计算公式如式(9)所示, 其中 d_i 是 Pareto 解集 O 中相邻解的距离, $\bar{d}$ 是所有 d_i 的平均值, d_m^e 是在第 m 个 P^* 与 O 中最极端解的距离。 I_{sp} 值越小, 表明解的多样性越好。

$$I_{sp} = \frac{\sum_{m=1}^M d_m^e + \sum_{i=1}^{|O|} |d_i - \bar{d}|}{\sum_{m=1}^M d_m^e + |O| \bar{d}} \quad (9)$$

使用本文 INSGA II 对测试函数 ZDT 1, ZDT 2, ZDT 3 分别进行 10 次优化, 计算平均 GD 指标和平均 SP 指标, 并与 NSGA II 优化结果进行对比, 如表 1 所示, 其中 NSGA II 的 GD 指标和 SP 指标来自文献[15-16]。

通过对比可以看出, INSGA II 与 NSGA II 的 SP 指标大致相同, 但 3 组测试函数的 GD 指标均大幅提升, 表明相比 NSGA II, INSGA II 对遗传策略进行的改进, 显著增加了优化过程的收敛性, 大幅加快算法的收敛速度, 但对优化过程的多样性没有较大影响, 符合对算法改进的初衷。

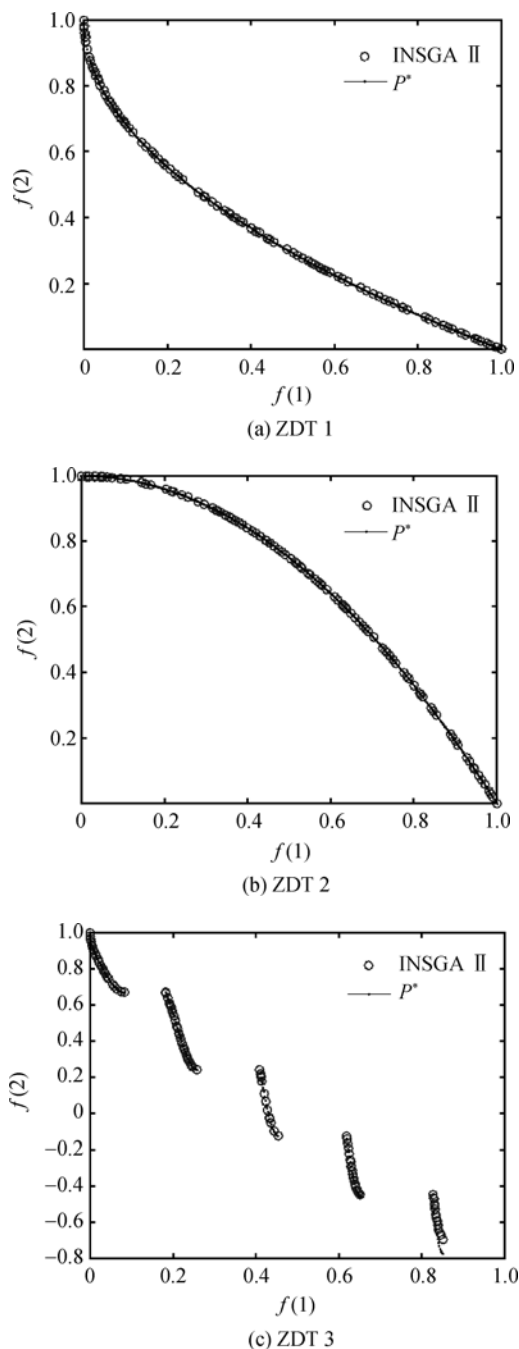


图 3 两种算法非劣解集对比

Fig. 3 Comparison of non-inferior solutions of two algorithms

表 1 两种算法的 GD 指标与 SP 指标对比

Table 1 Comparison of GD index and SP index of two algorithms

算法	ZDT 1		ZDT 2		ZDT 3	
	$I_{gd}/10^{-5}$	I_{sp}	$I_{gd}/10^{-5}$	I_{sp}	$I_{gd}/10^{-4}$	I_{sp}
NSGA II	89.4	0.463	82.4	0.435	434	0.576
INSGA II	2.26	0.393	1.06	0.417	6.29	0.621

3 INSGA II 辅助设计控制器

以某型航空发动机为对象,利用本文提出的 INSGA II 辅助设计 LQ/H_∞ 控制器,采取航空发动机常用的双输入双输出控制方式, $\mathbf{u}=[W_{fm}, A_8]^T$ 为控制量, $\mathbf{x}=[N_l, N_h]^T$ 为系统状态, $\mathbf{y}=[N_l, P_{it}]^T$ 为输出量, $\mathbf{w}=[G_{vf}, G_{vc}]^T$ 为系统扰动,其中 W_{fm} 为燃油流量, A_8 为尾喷口面积, N_l 为低压转子转速, N_h 为高压转子转速, P_{it} 为涡轮落压比, G_{vf} 为风扇导叶角度, G_{vc} 为压气机导叶角度. 增广燃油及尾喷口执行机构后建立如式(1)所示的状态空间方程,状态矩阵如下所示,再增广跟踪误差后即可得到式(2)所示的状态空间方程.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2.0735 & -3.6013 & 0.4541 & 0.8622 \\ 0.6906 & -1.9385 & -0.8112 & -0.7745 \\ 0 & 0 & -10.000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -10.000 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1.982 & -1.258 \\ -0.697 & -0.517 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1033 & -2.7075 & -0.0716 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.151 & -0.850 \end{bmatrix}$$

对于给定的权矩阵 $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$, 利用 Matlab 函数 $\text{lqr}(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \mathbf{Q}, \mathbf{R})$ 可以求解当前满足最小二次型性能指标 J_1 的控制器参数 $\bar{\mathbf{K}}$, 从而计算出当前系统的时域性能指标 J_2 和干扰灵敏度指标 J_3 . 因此以权矩阵 $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 对角线元素 $[Q_{11}, Q_{22}, \dots, Q_{66}, R_{11}, R_{22}]$ 为决策变量, 以时域性能指标 J_2 和干扰灵敏度指标 J_3 为目标函数, 利用 INSGA II 进行优化. 设定染色体数为 200, 各决策变量最小值均为 10^{-4} , 最大值均为 10^{-3} , 遗传概率为 0.9, 变异概率为 0.1, 优化代数 500 代, 获得的 Pareto 前沿如图 4 所示.

以干扰灵敏度指标 J_3 为选择标准, 若需要

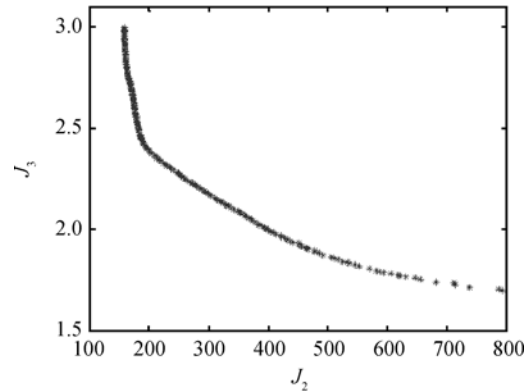


图4 $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 优化获得的 Pareto 前沿

Fig. 4 Pareto fronts accessed by optimized $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$

$J_3 \leq 2$, 则选择 Pareto 前沿上满足抗干扰条件同时时域性能指标 J_2 最小的个体 p , 其权矩阵 $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 及相应控制器参数 $\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_e$ 如下所示:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 5.145 \times 10^{-3} \\ 1.174 \times 10^{-1} \\ 8.216 \times 10^{-3} \\ 7.254 \times 10^{-3} \\ 9.937 \times 10^2 \\ 2.013 \times 10^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1.023 \times 10^{-4} \\ 1.000 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} 166.6 & 566.5 & -11.58 & -1.74 \\ -332.1 & 99.12 & -1.78 & -11.79 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} -443.8 & 1388.7 \\ 3120.2 & 202.01 \end{bmatrix}$$

时域性能指标为 319.8, 干扰灵敏度指标为 1.997, $[\mathbf{K}_x \quad \mathbf{K}_e]$ 即为最终采用的控制器参数.

为验证 LQ/H_∞ 控制器的优越性, 与基于 LMI 的 H_2/H_{∞} 控制器的控制效果进行对比, 并对两组控制器的动态性能及干扰灵敏度指标进行比较, 结果如表 2 所示.

表2 两种控制器性能对比

Table 2 Comparison of function of two controllers

控制器	J_2	J_3
LQ/H _∞	319.8	1.997
H_2/H_{∞}	1276.4	1.998

在 Matlab 程序中对线性系统式(10)进行仿真, 设定系统扰动 $[G_{vf}, G_{vc}] = [0.1, 0.1]$; 两种控制器控制效果对比如图 5~图 6 所示. 其中 N_r 和 P_{itr} 分别为系统输出量 N_l, P_{it} 的指令, $N_{h2/hco}$ 和 $P_{ith2/hco}$ 为基于 LMI 的 H_2/H_{∞} 控制系统输出量,

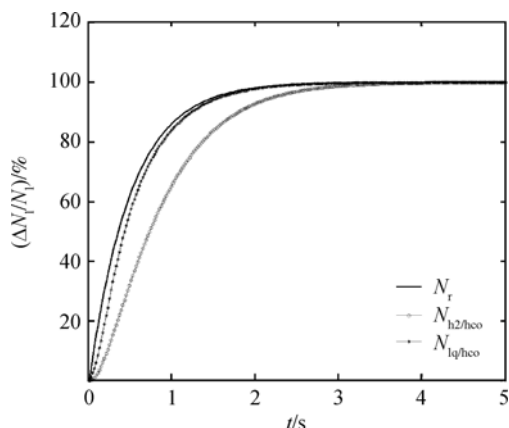


图5 两种控制下转速变化对比

Fig. 5 Comparison of rotor speed controlled by two controllers

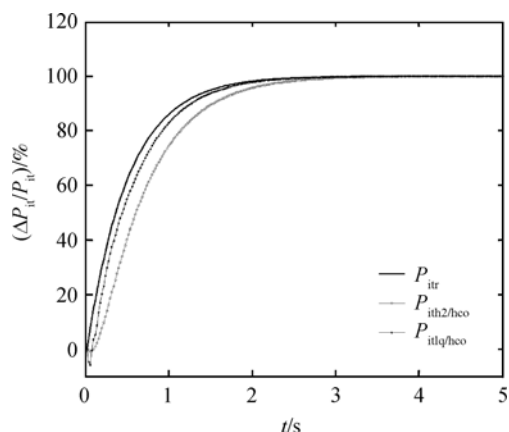


图6 两种控制下落压比变化对比

Fig. 6 Comparison of pressure ratio controlled by two controllers

$N_{lq/hco}$ 和 $P_{itlq/hco}$ 为基于 INSGA II 的 LQ/ H_∞ 控制系统输出量。通过图表对比可以看出,在干扰灵敏度指标相近的情况下,基于 INSGA II 的 LQ/ H_∞ 控制器对系统输出指令信号的跟踪能力远大于基于 LMI 的 H_2/H_∞ 控制器。

4 结 论

本文研究了航空发动机多变量鲁棒控制算法,采用直观的多目标优化算法实现控制器的求解。对 NSGA II 的遗传操作进行改进,基于非支配序结合 DE 算法由父代个体产生子代个体,提高了 NSGA II 的优化速率及优化效果。将 LQR 控制和 H_2/H_∞ 控制性能指标相结合构造 LQ/ H_∞ 控制,解决了单独算法计算过程中的性能约束不足、不易获得最优解问题,并针对性能指标间存在的竞争关系,通过 INSGA II 对权矩阵 Q 、 R 进行优化,进而获得满足条件的控制器参数。通过

仿真对比基于 LMI 的 H_2/H_∞ 控制和基于 INSGA II 的 LQ/ H_∞ 控制可以看出基于 INSGA II 的 LQ/ H_∞ 控制方法的优越性和实用性。

参考文献:

- [1] 孙健国, Vasilyev V, Ilyasov B. 现代航空发动机多变量控制系统[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2005.
- [2] Daniel E M, Mauro R. Simultaneous stabilization with near optimal LQR performance[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(10): 1543-1555.
- [3] 杨刚, 孙健国, 李秋红. 航空发动机控制系统中的增广 LQR 方法[J]. 航空动力学报, 2004, 19(1): 153-158.
YANG Gang, SUN Jianguo, LI QiuHong. Augmented LQR method for aeroengine control systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(1): 153-158. (in Chinese)
- [4] De Hoff R L, Hall W E. Design of a multivariable controller for an advanced turbofan engine[R]. Clearwater, US: 15th Conference on Decision and Control and Symposium on Adaptive Processes, 1976.
- [5] 王前宇, 孙健国, 李秋红. 航空发动机三变量鲁棒控制器设计[J]. 航空动力学报, 2009, 24(11): 2607-2611.
WANG Qianyu, SUN Jianguo, LI QiuHong. Three-variables robust controller design for aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(11): 2607-2611. (in Chinese)
- [6] 王曦, 陈华荣. 不确定性系统鲁棒 H_∞/H_2 混合控制在航空发动机中的应用[J]. 航空动力学报, 2002, 17(2): 250-254.
WANG Xi, CHEN Huarong. Robust H_∞/H_2 mixed control for aero-engine parameters uncertainty systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17(2): 250-254. (in Chinese)
- [7] Doyle J C, Glover K, Khargonekar P P, et al. State space solution to standard H_2 and H_∞ control problems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1989, 34(8): 831-847.
- [8] DING Dawei, YANG Guanghong. Static output feedback control for discrete-time piecewise linear systems: an LMI approach[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(4): 337-344.
- [9] Koroglu H, Carsten W S. An LMI approach to H_∞ synthesis subject to almost asymptotic regulation constraints[J]. Systems and Control Letters, 2008, 57(4): 300-308.
- [10] 谢光华, 曾庆福. 基于 LMI 的航空发动机混合 H_2/H_∞ 输出反馈控制[J]. 推进技术, 2000, 21(6): 28-31.
XIE Guanghua, ZENG Qingfu. Mixed H_2/H_∞ output feedback control of aero-engine based on LMI[J]. Journal of Propulsion Technology, 2000, 21(6): 28-31. (in Chinese)
- [11] 廖光煌, 李秋红, 卢辰昊, 等. 涡轴发动机 LQ/ H_∞ 抗扰控制方法[J]. 航空动力学报, 2012, 27(9): 2140-2146.
LIAO Guanghuang, LI QiuHong, LU Chenhao, et al. Disturbance rejection control method for turboshaft engines based on LQ/ H_∞ [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(9): 2140-2146. (in Chinese)

- [12] 谢承旺,李凯,廖国勇. 一种带差分局部搜索的改进型 NSGA2 算法[J]. 计算机科学,2013,40(10):235-238.
XIE Chengwang, LI Kai, LIAO Guoyong. Improved NSGA2 algorithm with differential evolution local search[J]. Computer Science,2013,40(10):235-238. (in Chinese)
- [13] 李维刚,贾树晋,郭朝辉. 带局部搜索的 NSGA II 算法在负荷分配中的应用[J]. 控制工程,2012,19(6):1011-1018.
LI Weigang, JIA Shujin, GUO Chaohui. NSGA II algorithm combined with local search and its application[J]. Control Engineering of China,2012,19(6):1011-1018. (in Chinese)
- [14] 黄东胜,邹富顺,冯波. 基于 NSGA2 与 LMI 的主动悬架混合 H_2/H_∞ 鲁棒控制[J]. 中国机械工程,2011,22(13):1634-1637.
HUANG Dongsheng, ZOU Fushun, FENG Bo. Investigation on active suspension mixed H_2/H_∞ robust control based on NSGA 2 and LMI [J]. China Mechanical Engineering,2011,22(13):1634-1637. (in Chinese)
- [15] 徐慧英,赵建民,张泳,等. 改进 NSGA II 算法在车辆路径多目标优化问题中的应用[J]. 计算机工程与科学,2010,32(10):117-121.
XU Huiying, ZHAO Jianmin, ZHANG Yong, et al. Application of the improved NSGA II in multi-objective optimization for the vehicle routing problem[J]. Computer Engineering and Science,2010,32(10):117-121. (in Chinese)
- [16] Storn R, Price K. Differential evolution: a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces[R]. Berkeley: International Computer Science Institute, Technical Report TR-95-012,1995.
- [17] Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms[M]. New York: John Wiley and Sons,2001.
- [18] Zitzler E, Thiele L. Multi objective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach[J]. Evolutionary Computation,1999,3(4):257-271.